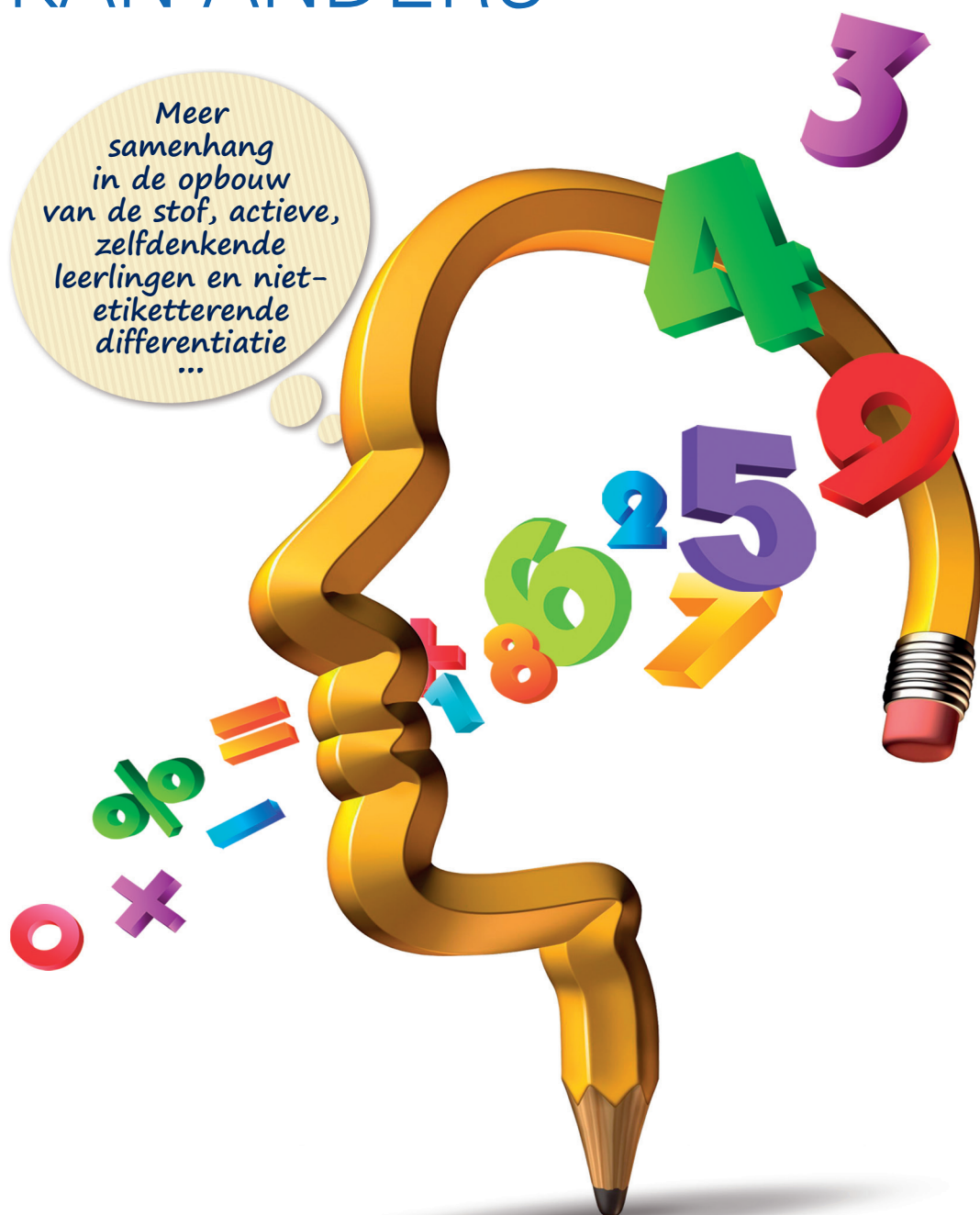


REKENONDERWIJS KAN ANDERS

Meer
samenhang
in de opbouw
van de stof, actieve,
zelfdenkende
leerlingen en niet-
etiketterende
differentiatie
...



Dolf Janson

©2017, Dolf Janson, Hengelo Gld.

Behoudens de in of krachtens de Auteurswet gestelde uitzonderingen mag niets uit deze uitgave worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen of op enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever. Voor zover het maken van reprografische verveelvoudigingen uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16 h Auteurswet dient men de daarvoor wettelijk verschuldigde vergoedingen te voldoen aan de Stichting Reprorecht (Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, www.reprorecht.nl). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet) kan men zich wenden tot Stichting PRO (Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie, Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, www.stichting-pro.nl).

NUR 190
ISBN 978-94-6342-575-9
Eerste druk 2017

Redactie:	Marita Weener, www.redactiebureauamaritaweener.nl
Ontwerp en vormgeving:	Sabrina Wakker, www.wakkerdesign.nl
Illustraties omslag:	Shutterstock
Illustraties en foto's binnenwerk:	Dolf Janson
Foto 'lijn':	Anneke Noteboom
Uitgever:	Sabine Kokee, www.leuker.nu
Druk:	Maak je eigen onderwijsboek, www.maakjeeigenonderwijsboek.nl

Dolf Janson

REKENONDERWIJS KAN ANDERS

*Meer
samenhang
in de opbouw
van de stof, actieve,
zelfdenkende
leerlingen en niet-
etiketterende
differentiatie
...*

leuker.nu
leren en uitgeven kan écht revolutionair

Inhoud

Voorwoord	6
Deel 1 – Waarom? Waartoe?	
Leren rekenen	9
► Verschillen opmerken	9
► Denkvaardigheden	10
► Rekenen, als vak op de basisschool	11
► Leerprocessen	12
► Herkennen	13
► Taal en mentale beelden	14
► Leren rekenen in de 21e eeuw	16
► Verwondering als start	20
► Leerstofordening	21
► Samengevat	22
Deel 2 – Wat?	
Wat is er te leren in de rekenles?	25
► Kerndoelen	26
► Voorkennis	27
► Getallen	29
► Bewerkingen	34
► Verhoudingen	40
- Schaal	41
- Procenten	41
- Samenhang	42
► Meten en meetkunde	44
- Grafische voorstellingen	46
► Samenvatting	48
Deel 3 – Hoe?	
Effectiviteit	51
► De start op school	52
► Getallen	53
► Begrippen	60
► Meten	61
- Standaardmaten	63
► Bewerkingen, rekentaal en het visualiseren daarvan	65
► Bewerkingen: a. optellen en aftrekken	66
- Memoriseren en automatiseren	69
- Afronden en schatten	70
- Grotere getallen	71

► Bewerkingen: b. vermenigvuldigen en delen	72
- Grotere getallen	74
► Bewerkingen: c. gebroken getallen	75
- Kommagetallen	78
► Bewerkingen: d. verhoudingsgetallen	79
► Grafieken en andere grafische voorstellingen	79

Tot besluit	83
-------------	----

Bijlagen	
1. Literatuur	86
2. Links	87
3. Uitwerking Hoofdlijnenmodel	88
4. Drieslagmodel	92
5. De inhoud van de referentieniveaus	93
6. Matador – een bijzondere dominovariant	94
7. Uitleg van (de samenhang tussen) enkele energiematen	96
8. Doelenroutes door de ogen van leerlingen	97
a. Getallen	97
b. Bewerkingen: optellen en aftrekken	99
c. Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen	101
d. Bewerkingen met gebroken getallen en met verhoudingsgetallen	103
e. Meten	105
f. Klok	107
g. Meetkunde (facultatieve doelen)	109

Over de auteur	111
----------------	-----

Voorwoord

Grote kans dat als je in een gezelschap het vak ‘rekenen’ noemt, de aanwezigen direct aan rijtjes sommen en het produceren van veel (goede) antwoorden denken. Het is ook mogelijk dat het vak rekenen associaties oproept met kwalificaties als ‘veel’ of ‘moeilijk’. Dit soort beelden komen zowel voor bij leerlingen als bij hun ouders, en ook wel bij leraren. Is dat onvermijdelijk?

Rekenonderwijs is voor de meeste leraren bijna synoniem met het volgen van een rekenmethode. Gelukkig durven leraren (af en toe) de ordening van de methode naar hun hand te zetten of zelfs iets uit de methode over te slaan. Toch zou het heel vanzelfsprekend moeten zijn om het rekenonderwijs af te stemmen op de leerlingen, in plaats van te verwachten dat de leerlingen zich wel zullen aanpassen aan (de inhoud, de ordening en het tempo van) de methode. Zo staat het immers als opdracht aan basisscholen verwoord in de Wet op het primair onderwijs:

WPO – artikel 8:

- 1 *Het onderwijs wordt zodanig ingericht dat de leerlingen een ononderbroken ontwikkelingsproces kunnen doorlopen. Het wordt afgestemd op de voortgang in de ontwikkeling van de leerlingen.*
- 2 *Het onderwijs richt zich in elk geval op de emotionele en de verstandelijke ontwikkeling, en op het ontwikkelen van creativiteit, op het verwerven van noodzakelijke kennis en van sociale, culturele en lichamelijke vaardigheden.*

Wie deze tekst zo serieus neemt dat wat daar staat richting gaat geven aan de manier van onderwijs geven, zal de nodige tradities en routines moeten durven loslaten. Dit boek is bedoeld om deze verandering te ondersteunen.

Concreet betekent dit dat leraren, zowel individueel als in teamverband, in dit boek aanknopingspunten vinden die helpen bij het maken van eigen keuzes in hun rekenlessen. Keuzes die afstemming op de voortgang in de ontwikkeling van hun leerlingen (beter) mogelijk maken.

Bovendien wil deze tekst ertoe bijdragen dat leraren die ontwikkeling bij hun leerlingen actief stimuleren door hun te leren zelfdenkend met die getallenwereld om te gaan. Dat vraagt enerzijds een onderzoekende en kritische houding van de leerlingen en anderzijds heel doelgerichte oefening om zich kennis en vaardigheden eigen te maken.

Een specifiek kenmerk van de hier gekozen benadering is dat de voorkennis van de leerlingen steeds uitgangspunt is. Bovendien zal in de opbouw van de stof steeds de samenhang benadrukt worden. Dat is enerzijds de samenhang tussen de verschillende inhouden, maar anderzijds zeker ook de samenhang met die voorkennis. Het herkennen van samenhang geeft meer richting en zelfvertrouwen dan het steeds weer benadrukken van de verschillen. Dit leidt daardoor tot een wat andere ordening en andere activiteiten dan tot dan toe misschien gebruikelijk is.

Daarnaast besteden we expliciet aandacht aan de rol van taal en de daarbij behorende beelden. Woorden en betekenissen van woorden hebben een belangrijke functie bij het begrijpen van en communiceren over rekensituaties. Zo spelen die woorden en betekenissen een rol bij het kunnen herkennen en analyseren van de opgave en het zich kunnen voorstellen van de daarmee bedoelde

situatie. Doordat in rekenlessen leerlingen traditioneel vaak stil en alleen moeten werken, ontwikkelen zij onvoldoende taal bij wat ze doen. Ook zijn ze daardoor te vaak niet in staat de passende voorstellingen (mentale beelden en schematische modellen) te herkennen bij zulke situaties. Dat leidt ertoe dat zij te weinig het vermogen ontwikkelen om essentiële kenmerken te onderscheiden en betekenis te geven. Het gevolg is dat het hun onvoldoende lukt kritisch te zijn bij hun keuze van getallen en bewerkingen. Daardoor kost het leerlingen vaak ook moeite om betekenis te geven aan een door hen gevonden antwoord.

Kritisch en flexibel omgaan met de gebruikte rekenmethode zou al een belangrijke start voor zo’n andere benadering kunnen zijn. Het gaat er immers om dat de leerlingen met meer enthousiasme en zelfvertrouwen getallen en bewerkingen steeds beter gaan begrijpen en hanteren. Dit is per definitie een persoonlijk leerproces, dat daardoor per leerling zal verschillen. De betekenis van rekenonderwijs blijft bovendien niet beperkt tot het streven de leerlingen net zo goed te laten worden als hun rekenmachine. Het is van veel meer belang hen (ook) te laten begrijpen en herkennen welke getallen, maten en bewerkingen nodig zijn in een bepaalde situatie. Vervolgens gaat het erom dat zij kunnen herkennen welke conclusies ze moeten trekken uit de uitkomst van hun berekening. Dit is wat rekenvaardigheid buiten de rekenles en buiten de school betekenis geeft en functioneel maakt. Daarvoor leren ze rekenen.

Deze benadering kan ertoe leiden dat er veranderingen nodig zijn in de manier waarop het vak rekenen inhoud en vorm krijgt (Vermeulen, 2017). Het is dan van belang de school te kunnen ervaren als een ‘lerende organisatie’. In een *niet-lerende* organisatie willen leraren vooral blijven *doen* wat tot dan toe werkte. In een *lerende* organisatie willen leraren *leren doen* wat ertoe doet. Ook als ze (nog) niet precies weten hoe dat gaat. Daarom is voor de indeling van dit boek gekozen voor een variant op de driedeling van *The Golden Circle* (Sinek, 2006), namelijk voor de volgorde: waarom/waartoe, wat, hoe. Deze volgorde is binnen het onderwijs essentieel, doordat het waarom steeds richting geeft. Het zijn de visie op onderwijs en de inhoudelijke theorie die bepalen waaruit het wat bestaat: wat moeten de leerlingen zich dan eigen maken? Welke doelen bepalen het rekenonderwijs en daarmee de activiteiten van de leerlingen? Pas daarna kunnen leraren een verantwoorde keuze maken uit de mogelijkheden om dit vorm te geven. Die keuze zullen zij vooral laten bepalen door de effectiviteit daarvan en door de aansluiting bij de onderwijsbehoeften van leerlingen. Niet voor iedere leerling geldt dan hetzelfde ‘wat’ en zeker niet hetzelfde ‘hoe’. Daarin verschilt een school van een productiebedrijf. Dit gaan ervaren en in de praktijk met collega’s ontwikkelen is de essentie van de school als lerende organisatie.

Hengelo (Gld.), mei 2017

Dolf Janson

- Waarom zou je kiezen voor een andere benadering?
- Waartoe zou je het rekenwiskundeonderwijs anders willen inrichten?

Leren rekenen

De aanleiding om (buiten een rekenles) te gaan rekenen is in veel gevallen de behoefte om getallen met elkaar te vergelijken. Vragen als ‘Wat is meer?’, ‘Wat is de nieuwe prijs?’, ‘Hoeveel blijft er dan over?’, ‘Hoeveel is dat samen?’, ‘Wie is de winnaar?’, ‘Wat is voordeliger?’, ‘Hoeveel krijgt ieder?’ of ‘Hoelang duurt het nog?’ zijn allemaal voorbeelden van vragen waarin de ene situatie of toestand moet worden vergeleken met een andere. In de wiskunde heet de vorm waarin we zogenoemde kale sommen bij rekenen opschrijven, niet voor niets een ‘vergelijking’. Je vergelijkt wat aan beide kanten van het isgelijktteken staat.

Voorbeeld

Samira heeft vijf kleurpotloden voor zich en Jelte drie.

Als je beide groepjes vergelijkt, dan heeft Samira er meer of Jelte minder.

Zodra je dat met getallen weergeeft, kan dat op verschillende manieren, afhankelijk van wat je wilt vertellen over die beide aantallen.

- | | |
|-------------|--|
| $5 + 3 = 8$ | Dan vertel je dat er acht potloden op tafel liggen, want de een heeft er vijf en de ander drie. |
| $5 - 3 = 2$ | Dan vertel je hoeveel potloden Samira meer heeft dan Jelte. |
| $3 + 2 = 5$ | Dan vertel je hoeveel potloden Jelte er nog bij moet pakken om er evenveel te hebben als Samira. |

Welke som bij een situatie of verhaal hoort, hangt dus af van wat leerlingen met die som willen laten zien. Bij het opschrijven van sommen moeten leerlingen altijd zorgen dat het aan beide kanten van die ‘is’ evenveel wordt. Dat teken ‘=’ betekent namelijk niet ‘nu komt het antwoord’ of zoiets. Dit inzicht is nodig om de juiste sommen te kiezen. En die vaardigheid is weer nodig om die vergelijkingsvragen te kunnen beantwoorden.

Verschillen opmerken

Recent zijn er proeven gedaan om de opmerkzaamheid van pasgeboren kuikens te onderzoeken. In een natuurlijke situatie prenten zij zich namelijk tijdens hun eerste levensuur al in bij welke moederkip ze horen. Direct na het verlaten van hun ei zouden ze daartoe heel goed moeten kunnen waarnemen, want kippen lijken nogal op elkaar. In een laboratoriumsituatie bleek een ruime meerderheid van hen in staat de begrippen ‘verschillend’ en ‘gelijk’ te kunnen abstraheren. Zij prenten zich in dat eerste uur namelijk een opstelling met twee gelijke of twee verschillende posities van een bepaalde vorm in. Na een uur rust herkenden zij dat onderscheid ook bij vergelijkbare opstellingen met andere vormen.

Al eerder bleek uit hersenonderzoek dat baby’s van enkele maanden oud al in staat zijn het verschil op te merken tussen de hoeveelheden een, twee en drie of meer. Dat viel af te leiden uit hun reacties en hun hersenactiviteit zodra er een ander aantal getoond werd: zij werden actiever zodra er iets veranderde in dat aantal.

Het opmerken van en betekenis geven aan verschillen en overeenkomsten blijkt dus een heel basale vaardigheid. Bij dieren is het zelfs een kwaliteit om te kunnen overleven. Bij het deelnemen aan het verkeer blijkt dit ook bij mensen een vaardigheid die van levensbelang kan zijn, denk maar aan het snel kunnen onderscheiden en herkennen van verkeerssituaties of verkeerstekens.

Misschien lijkt dit wat vergezocht: heeft dit iets met leren rekenen te maken? Het antwoord is: “Ja.”

Het snel herkennen van structuren en van verschillen tussen aantallen, tussen getallen of tussen cijfers ligt aan de basis van het betekenis geven daaraan. Ook bij de meetkunde is het herkennen van de specifieke kenmerken van (geometrische) vormen, of het opmerken en herkennen van verschillende patronen of perspectieven de basis voor meetkundige activiteiten en berekeningen.

Denkvaardigheden

In het verlengde hiervan zijn kritisch denken en logisch redeneren andere kwaliteiten die horen bij rekenen en wiskunde. Je neemt waar, merkt iets op, interpreteert, vergelijkt, analyseert en komt met een oplossing. Je trekt daaruit een conclusie en geeft daaraan betekenis in de context van die waarneming. In het dagelijks leven zijn er voortdurend dit soort processen op basis waarvan mensen keuzes maken. Dat kan gaan om aankopen (Wat is voordelig? Hoeveel heb ik nodig?), reizen (Wat is de kortste of de snelste route? Ga ik met het ov of de auto?), knutselen (Hoe maak ik dit het handigst? Hoe begin ik? Hoeveel heb ik hiervoor nodig?), sport (Is dat snel genoeg?), tijd (Hoelang nog? Ben ik op tijd?), koken en bakken (Welke pan heb ik nodig? Hoeveel tijd kost het? Waarmee begin ik?), enzovoort.

In al die voorbeelden is een vorm van rekenvaardigheid nuttig, maar gaat het om meer dan een berekening uitvoeren. In het ene geval moet het antwoord van die berekening ook preciezer zijn dan in het andere. Wie nog een bepaalde trein wil halen, moet op de minuten en seconden letten. Wie met de auto onderweg is naar Italië heeft het bij het bepalen van de aankomsttijd eerder over uren. In het tweede geval is schatten voldoende, maar in het eerste geval is dat wat riskant. Rekenonderwijs is daardoor meer dan zorgen dat leerlingen sommetjes kunnen maken. Het gaat (ook) om zelf nadenken, hoofd- en bijzaken onderscheiden, zich een voorstelling maken van de situatie, een plan voor de uitvoering maken en conclusies kunnen en durven trekken uit de gegevens en die dan weer kritisch checken.

Binnen deze randvoorwaarden is het belangrijk dat elke leerling vertrouwd raakt met getallen en maten en niet schrikt als hij/zij ergens cijfers ziet staan. Dit is nodig om te voorkomen dat rekenangst een voortgaande ontwikkeling van rekenvaardigheid belemmert. Bovendien zouden dergelijke negatieve ervaringen met getallen een *fixed mindset* ('Ik ben nu eenmaal slecht in rekenen') bevorderen (Dweck, 2006) en dat heeft negatieve gevolgen voor de verdere ontwikkeling van die leerling.

Alles bij elkaar genoeg redenen om kritisch te kijken naar de manier waarop rekenonderwijs inhoud en vorm krijgt. Dit geldt ook voor de manier waarop en de vormen waarin leerlingen actief zijn tijdens rekenlessen. Het is gebruikelijk om de mate van abstractie te zien als niveaus van handelen. Hoe concreter, hoe lager het niveau. De kale formule ($34 + 67 = 101$) is dan het na te streven hoogste niveau. Wiskundig gezien klopt dit, maatschappelijk gezien echter niet. In alle situaties buiten de rekenles, zowel in andere vakken als in het dagelijks

verwoorden communiceren demonstreren	mentaal handelen zich voorstellen wat er gebeurt	formele bewerking - formule
		voorstelling - schematisch afbeelding als model
		voorstelling - concreet afbeelding (foto/filmpje) van ervaring
		werkelijkheidssituatie doen - ervaren meemaken - zien gebeuren

Handelingsmodel (Van Groenestijn et al., 2011)
(bewerking auteur)

leven buiten de school, hebben getallen altijd betekenis en komen bewerkingen met die getallen altijd voort uit die betekenis. Alleen kale formules kunnen uitrekenen is daar niet genoeg. Er klinkt soms kritiek op rekentoetsen omdat deze zo 'talig' zouden zijn, of te veel een beroep doen op nadenken in plaats van op uitrekenen. Dergelijke discussies illustreren het verschil tussen rekenen als aspect van wiskunde en rekenen als maatschappelijke vaardigheid. Alle leerlingen hebben en krijgen te maken met rekenen als maatschappelijke vaardigheid. Daarom is het voor alle leerlingen noodzakelijk dat zij getallen en bewerkingen kunnen verbinden met hun betekenis in een concrete situatie. Zelfs als ze vervolgens een rekenapp op hun telefoon gebruiken (omdat er in dergelijke situaties ook iets uitgerekend moet worden), blijft deze vaardigheid van belang om voor zichzelf een conclusie te kunnen trekken over de uitkomst van die berekening. Het is niet logisch om te denken dat alleen het kunnen uitrekenen voldoende of zelfs belangrijker is dan het kunnen gebruiken en toepassen in betekenisvolle situaties. Deze vaardigheid noemt men ook wel, naar analogie van geleetterdheid, 'gecijferdheid' (Van Groenestijn, 2013; Hoogland & Meeder, 2007; Paulos, 1992).

Daarnaast is het voor ten minste een deel van de leerlingen van belang dat zij ook zonder die concretisering op het niveau van formules kunnen redeneren en voorspellingen doen. Die benadering gaat dan verder in de wiskunde, waar in algebraïsche vergelijkingen letters de plaats van getallen kunnen innemen, zonder dat die direct verwijzen naar iets in de werkelijkheid. Het vervelende is dat de voorbereiding op een wiskundige toepassing een hogere status heeft dan de voorbereiding op een maatschappelijke of praktische toepassing (Wagner & Dintersmith, 2015). Hierdoor liggen de accenten binnen het rekenonderwijs op veel scholen anders dan voor veel van hun leerlingen nuttig zou zijn.

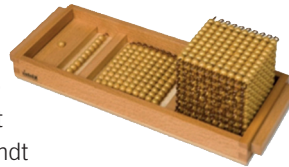
Rekenen, als vak op de basisschool

Rekenen wordt in het basisonderwijs gezien als een van de kernvakken. Het is, met Nederlandse taal, een vak dat dagelijks, en in veel gevallen dan een uur lang, terugkomt. Het kan niet anders dan dat leerlingen die zoveel uur per week daarmee bezig zijn, daardoor een gevoel ontwikkelen bij zo'n vak, iets 'vinden' van rekenen. Dat kan een heel positief gevoel van enthousiasme zijn, maar ook een zekere weerzin en alles wat daartussen zit. De vraag is in alle gevallen waarop dergelijke gevoelens zijn gebaseerd. Komen ze echt voort uit de inhoud van het vak, of worden die emoties vooral bepaald door andere factoren? Denk dan aan toetsresultaten, dagelijkse ervaringen rond het wel of niet maken van fouten, de vorm van oefenen, de ervaren zinvolheid van de opdrachten of het wel of niet op tijd af kunnen krijgen van de taak. Het zal duidelijk zijn dat een positief gevoel bij de inhoud van het vak rekenen-wiskunde de beste garantie is voor gemotiveerd leergedrag. Daarom is het van belang ervoor te zorgen dat die andere factoren geen rol meer spelen op school. Door die zoveel mogelijk te voorkomen, verdwijnen ze ook als mogelijke oorzaken van geringe betrokkenheid en tegenzin.

Rekenen is, net als Nederlandse taal, ook een vak dat onder het vergrootglas komt als de toetsscores achterblijven bij landelijke gemiddelden of bestuurlijke verwachtingen. Het belang dat men hecht aan goede antwoorden wordt dan nog groter en het kunnen maken van toetsen lijkt het doel te zijn. Meestal leidt dit ertoe dat de leraren nog meer instructie gaan geven en extra oefenstof aanbieden, terwijl de leerlingen vooral discipline moeten laten zien. Daarmee ontstaat een bubbel van schijnzekerheid, die geen recht doet aan wat de kern van rekenvaardigheid en gecijferdheid is. Die kern is namelijk dat leerlingen zelf overzicht ontwikkelen over (de samenhang tussen en de onderscheidende kenmerken in) getallen en bewerkingen. Het herkennen van wat zij nodig hebben om hun eigen leerdoelen op het gebied van rekenvaardigheid en gecijferdheid te kunnen halen, bepaalt de

keuze van de oefenopdrachten. Alleen daardoor kan zelfvertrouwen ontstaan, zodat leerlingen de juiste keuzes maken bij het oplossen van vragen en opdrachten. De rol van de leraar is dan dit proces van voortgaande ontwikkeling actief mogelijk maken. Dat wil zeggen de leerlingen actief en verantwoordelijk maken en niet zelf die rol overnemen.

De inhoud van rekenen-wiskunde als basisschoolvak heeft in veel scholen een min of meer vaststaande volgorde, zowel bij de opbouw van de getallen als bij die van de bewerkingen. Afgezien van de meeste montessorischolen, die dit vanuit hun traditie al in het begin met hun ‘gouden materiaal’ durven doorbreken, loopt de lijn elders al vanaf de start van kleine getallen heel stapsgewijs naar steeds grotere getallen. Al snel volgt de introductie van optellen, om vervolgens via aftrekken, vermenigvuldigen bij delen terecht te komen. Na deze bewerkingen met hele getallen komen de gebroken getallen aan bod. Ten slotte is er aandacht voor verhoudingsgetallen, inclusief procenten. In veel gevallen verbindt men deze helaas met breuken als hoeveelheidsgetallen, wat toch iets anders is (zie voor de uitleg daarvan de delen 2 en 3). Daarnaast is er aandacht voor lengte-, oppervlakte- en inhoudsmaten, voor gewichten en voor de twee systemen van tijds aanduiding. Meestal komt deze laatste serie onderwerpen kort en op onregelmatige tijdstippen aan de orde, steeds tussen het oefenen van de hoofdbewerkingen door. Bij het onderdeel tijd gaat het vooral om klokkijken. De traditie is daarbij zo sterk dat nog steeds de analoge klok als een vanzelfsprekend uitgangspunt geldt. De vooronderstelling is blijkbaar nog steeds dat de analoge klok eenvoudiger en vanzelfsprekender is dan de digitale tijds aanduiding. Die vanzelfsprekendheid blijkt inmiddels zowel vanuit het perspectief van de meeste leerlingen als qua moeilijkheidsgraad (Janson, 2007) niet terecht.



Gouden materiaal

Leerprocessen

Bij het leren van kinderen spelen de drie psychologische basisbehoeften, zoals die door Deci en Ryan (1985) benoemd zijn, een grote rol. Het benadrukken van deze behoeften kwam voort uit onderzoek naar motivatie. Wat maakt dat leerlingen iets willen leren? Dat lukt als zij merken dat hun inspanningen zin hebben, doordat zij hun al verworven competenties kunnen gebruiken en merken dat zij daardoor nog competentier worden. Zij moeten daarnaast ruimte ervaren om eigen keuzes te maken en daartoe ook met informatie en middelen gefaciliteerd zijn. En zij moeten merken dat het hun leraar iets kan schelen wat ze doen en hoe ze dat doen en dat hij hen zo nodig kan ondersteunen daarbij. Deci en Ryan noemden dit laatste aspect ‘verbondenheid’ (relatedness), wat een meer betekenisvolle term is dan het wat neutrale begrip ‘relatie’. Dat begrip ‘relatie’ is (samen met competentie en autonomie) dankzij prof. Luc Stevens in de jaren '90 in Nederland bekend geworden bij de introductie van het begrip ‘adaptief onderwijs’.

Bepaald niet heel recente inzichten dus, maar daarom niet minder waardevol. Bovendien zijn die woorden wel bekend, maar is het inhoud geven hieraan nog helemaal niet vanzelfsprekend. Als de (toets)resultaten achterblijven bij de wensen of verwachtingen, is de reactie zelden: wij gaan investeren in die psychologische basisbehoeften. Integendeel, vaak moet die motivatie maar even geparkeerd worden en gaan de leerlingen trainen met vaste aanpakken en dezelfde kale sommen.

We weten inmiddels ook meer over wat actief leren bevordert. Het helpt als de leerlingen over wat ze leren kunnen communiceren met anderen. Het moeten verwoorden helpt het denken en het ontstaan van verbindingen in de hersenen. Bovendien lokken leerlingen zo ook feedback en feedforward uit. Deze inhoudelijke reacties op het leerproces blijken veel zinvoller dan alleen de informatie of

het antwoord goed of fout is. Leren rekenen gaat nu eenmaal gepaard met het gebruik van begrippen met specifieke betekenissen. Dit taalaspect helpt om te herkennen wat de kern is van een probleem of opdracht, maar ook om vervolgens de juiste keuzes te maken.

Voorbeeld 1

Hij heeft 5 **kleurtjes meer** dan zijn maatje.

Zij heeft helemaal geen **kleurtjes meer**.

Als hij 5 **kleurtjes meer** had gehad, hadden hij en zijn maatje er evenveel.

In dit voorbeeld helpt de associatie ‘meer betekent erbij’ niet in alle gevallen om de beschreven situatie te begrijpen of om de juiste conclusies te trekken.

Voorbeeld 2

Leraar: Wie weet een hoog getal?

Leerling: De temperatuur die boven op die flat staat.

Voorbeeld 3

Leraar: Noem eens een paar mooie getallen.

Leerling: 11 en 8, want die zijn symmetrisch: ze zijn vanaf links en vanaf rechts hetzelfde.

In deze voorbeelden blijkt de specifieke rekenbetekenis van alledaagse woorden niet genoeg bekend of in ieder geval niet de eerste associatie.

Doordat de voorkennis van leerlingen verschilt, is het niet vanzelfsprekend dat elke leerling dezelfde woorden kent of dezelfde betekenis toekent aan een woord. Dit geldt zeker als woorden meerdere betekenissen hebben, en ze een of meer daarvan ook buiten een rekencontext gebruiken of zijn tegengekomen.

Herkennen

In dit boek komt regelmatig de vaardigheid ‘herkennen’ voor. In veel leerprocessen is de herkenning van iets een van de eerste stappen. Bij een nieuw onderwerp gaat het vaak om het herkennen van betekenissen of woorden die je al weet, of van ervaringen die je al eens hebt meegemaakt. Die herkenning legt de verbinding tussen wat er al is (aan voorkennis) en wat er nieuw bijkomt. Dat is essentieel voor een succesvol leerproces, want zulke verbindingen zijn in het brein nodig om van duurzaam leren te kunnen spreken.

In een volgende fase is het nodig om te herkennen wat er aan de orde is. Wat is het probleem? Waarover gaat het? Wat is hier de volgende stap waaraan ik moet werken?

Inhoudelijk kan dat gaan om vragen als ‘kan ik hier beter optellen of moet ik toch gewoon aftrekken?’ Bij het vinden van een passende hulpsom in een nieuwe vermenigvuldigtafel (‘6 x 7 kan ik vinden via 5 x 7, want dat is hetzelfde als 7 x 5 en dat is 35’) gaat het ook om herkennen. Dit geldt ook bij het kiezen van het handigste ronde getal waarop je hier kunt afronden. Steeds is het herkennen van kenmerken en van samenhang een voorwaarde om vervolgstappen te kunnen zetten. De leraar kan vragenderwijs leerlingen ondersteunen zo’n ‘kwestie’ te herkennen en onder woorden te brengen: “Wat moet je weten om te kunnen kiezen voor optellen of aftrekken?”

Het werken met getalbeelden is ook gebaseerd op het vermogen patronen direct te herkennen (subitizing – Kaufman, Lord, Reese & Volkman, 1949). Dat betekent dat leerlingen leren alert te zijn op de onderscheidende kenmerken van zo’n patroon. Werken aan het doel ‘Ik herken de getal-

deel

Wat?

- ▶ Welke inhoud en zijn belangrijk?
- ▶ Welke ordening en samenhang is hierbij essentieel?
- ▶ Welke andere vaardigheden horen bij het leren rekenen?

Wat is er te leren in de rekenles?

De inhoud van wat binnen het vak rekenen-wiskunde moet worden aangeboden, staat beschreven in de Kerndoelen. Wat leerlingen aan het eind van groep 8 ten minste moeten beheersen staat aangegeven in de Wet referentieniveaus Nederlandse taal en rekenen. Voor het basisonderwijs zijn dat een fundamenteel en een streefniveau. Formeel geldt referentieniveau 1F als minimumeis voor het po. In feite is ook 1S een minimum maar dan als 'algemeen maatschappelijk niveau', ook al suggereert die term 'streefniveau' iets anders.

Hoewel scholen hiermee natuurlijk rekening moeten houden, is het niet verstandig alleen deze niveaubeschrijvingen te laten bepalen wat de leerlingen doen in de rekenlessen. Niet alleen houden leerlingen zich niet aan die 'niveaus', doordat zij zich niet in dezelfde tijd op al die gebieden precies evenveel eigen maken. Ook kunnen veel leerlingen meer dan in dat streefniveau staat. Bovendien is op diverse plekken een wat andere ordening wenselijk dan de referentieniveaus aangeven. Er zijn namelijk veel meer verbanden te benutten dan in de beschrijving staat. Ook het aspect 'begrijpen waarom' moet in de rekenlessen een minder marginale rol spelen dan de beschrijving van de referentieniveaus suggereert. Zo zou begrijpen wat het verschil is tussen een getal en een cijfer zelfs tot niveau 1S behoren, terwijl kleuters dit al moeten kunnen onderscheiden om aan leren rekenen te kunnen beginnen.

Deze wat kritische benadering is nodig om steeds weer de vorm en de functie te kunnen onderscheiden en vooral om de individuele leerling als uitgangspunt te kunnen nemen. De didactiek is er voor de leerlingen en niet andersom.

De introductie van 'drempels' en 'rekenmuurtjes' (Danhof, Bandstra & Hofstetter, 2015) suggereert dat er duidelijke scheidslijnen zouden zijn tussen de verschillende onderdelen van de rekenstof. Het is maar de vraag of dit een kenmerk van die inhoud is, of een effect van de geobserveerde praktijk, waarin methoden met zo'n ordening leidend zijn. Het doel is toch niet om leerlingen geschikt te maken voor de bestaande methoden? Het ligt meer voor de hand ervan uit te gaan dat als de leerlingen niet te maken krijgen met dergelijke tradities, zij daar ook geen last van zullen hebben. Zodra je de rol van voorkennis meer serieus neemt, blijkt dat tot andere effecten te leiden in de voortgang door de domeinen van rekenen.

Voorbeeld

In die rekenmuurtjes maakt men onderscheid tussen 'gemakkelijke en moeilijke tafels'. Die aanduiding slaat alleen op de vermenigvuldigingen en niet op de delingen. De tafels van 6 t/m 9 noemt men dan 'moeilijk'. Wanneer zij echter de voorkennis van de leerlingen serieus hadden genomen (zoals in dit boek gebeurt...), dan had men beseft dat die laatste tafels juist steeds gemakkelijker worden. Het aantal nieuwe sommen dat erbij komt, wordt immers steeds kleiner. Bij de start van de tafel van 7 zijn de sommen 1×7 , 2×7 , 3×7 , 4×7 , 5×7 , 6×7 en 10×7 al bekend, doordat de omkeringen daarvan al bekend zijn. Er zijn dan nog maar drie onbekende sommen te ontdekken.

Dat neemt niet weg dat hun onderzoek wel duidelijk maakt dat het doorgaan met het aanbieden van volgende stappen en onderwerpen, zonder dat die eerdere doelen beheerst zijn, leidt tot een stapeling van hiaten en uitval tot aan het eind van groep 8. De vraag is dan wel of het doorgaan met die praktijk van het volgen van de rekenmethode, oplost wat met die toetsen aan het licht wordt gebracht. Leerlingen lopen het risico dan nog eerder een etiket opgeplakt te krijgen.

Kerdoelen

De inhoud van het vak staat globaal beschreven in de kerndoelen voor rekenen en wiskunde:

23. De leerlingen leren wiskundetaal gebruiken.
24. De leerlingen leren praktische en formele rekenwiskundige problemen op te lossen en redeneringen helder weer te geven.
25. De leerlingen leren aanpakken bij het oplossen van rekenwiskundeproblemen te onderbouwen en leren oplossingen te beoordelen.
26. De leerlingen leren structuur en samenhang van aantallen, gehele getallen, komma-getallen, breuken, procenten en verhoudingen op hoofdlijnen te doorzien en er in praktische situaties mee te rekenen.
27. De leerlingen leren de basisbewerkingen met gehele getallen in elk geval tot 100 snel uit het hoofd uitvoeren, waarbij optellen en aftrekken tot 20 en de tafels van buiten gekend zijn.
28. De leerlingen leren schattend tellen en rekenen.
29. De leerlingen leren handig optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen.
30. De leerlingen leren schriftelijk optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen volgens meer of minder verkorte standaardprocedures.
31. De leerlingen leren de rekenmachine met inzicht te gebruiken.
32. De leerlingen leren eenvoudige meetkundige problemen op te lossen.
33. De leerlingen leren meten en leren te rekenen met eenheden en maten, zoals bij tijd, geld, lengte, omtrek, oppervlakte, inhoud, gewicht, snelheid en temperatuur.

Deze kerndoelen zijn vooral de doelen van de leraren, niet die voor de leerlingen. Leraren moeten hun onderwijs zo inrichten dat de inhoud van deze kerndoelen niet alleen aan de orde komt, maar vooral dat die inhoud in het perspectief van de leerlingen komen. De toelichting bij deze reken-doelen verheldert die bedoeling:

In de loop van het primair onderwijs verwerven kinderen – in de context van voor hen betekenisvolle situaties – geleidelijk vertrouwdheid met getallen, maten, vormen, structuren en de daarbij passende relaties en bewerkingen.

Ze leren ‘wiskundetaal’ gebruiken en worden ‘wiskundig geletterd’ en gecijferd. De wiskundetaal betreft onder andere rekenwiskundige en meetkundige zegswijzen, formele en informele notaties, schematische voorstellingen, tabellen en grafieken en opdrachten voor de rekenmachine.

‘Wiskundig geletterd’ en gecijferd betreft onder andere samenhangend inzicht in getallen, maatzin en ruimtelijk inzicht, een repertoire van parate kennis, belangrijke referentiegetallen en -maten, karakteristieke voorbeelden en toepassingen en routine in rekenen, meten en meetkunde. Meetkunde betreft ruimtelijke oriëntatie, het beschrijven van verschijnselen in de werkelijkheid en het redeneren op basis van ruimtelijk voorstellingsvermogen in twee en drie dimensies.

Ook hieruit blijkt dat samenhang, betekenisvolle situaties en taal belangrijke aspecten zijn om de noodzakelijke kennis en vaardigheden te kunnen verwerven. Tegelijk maakt deze toelichting duidelijk dat het erom gaat dat het vooral de leerlingen zijn die actief moeten (kunnen) zijn met hun leer-

proces. In rekenlessen moeten leraren daarom condities scheppen die dit mogelijk maken. In de referentieniveaus voor het vak rekenen en wiskunde maakt men onderscheid tussen vier aspecten.

1. *Getallen, waaronder volgorde en betekenis, de (hoofd)bewerkingen en gebroken getallen.*
2. *Verhoudingen, waaronder procenten en schaal.*
3. *Meten en meetkunde, waaronder onderdelen van het metriek stelsel, maar ook tijd en geometrische vormen.*
4. *Verbanden, waaronder talstelsels en het interpreteren en gebruiken van tabellen en grafieken.*

Heel terecht maakt deze indeling onderscheid tussen ‘gebroken getallen’ enerzijds en ‘verhoudingen, waaronder procenten’ anderzijds. In de praktijk worden beide soorten getallen nogal eens op een hoop geveegd. Het gevolg is dat leerlingen hoeveelheidsgetallen en verhoudingsgetallen niet als verschillend herkennen.

Voorbeeld

In ‘een halve appel’ is de breuk $\frac{1}{2}$ een hoeveelheidsaanduiding. Dat getal zegt iets over de hoeveelheid appel die wordt bedoeld.

In de uitspraak ‘een op de twee leerlingen in deze klas spreekt ook nog een andere taal dan Nederlands’ geeft $\frac{1}{2}$ geen hoeveelheid aan. Het verwijst slechts naar de verhouding tussen twee hoeveelheden, de wel- en de niet-meertalige leerlingen.

Bovengenoemde vier aspecten zijn steeds beschreven onder de kopjes ‘paraat hebben’, ‘functioneel gebruiken’ en ‘weten waarom’ (zie bijlage 5). Deze laatste volgorde is wel wat merkwaardig, omdat het eerste en het derde kopje eigenlijk beide voorwaardelijk zijn voor het tweede. Nu wekt men de indruk dat *begrijpen waarom* een soort extraatje is. Willen we dat leerlingen autonoom met getallen en bewerkingen in een betekenisvolle context duurzaam en met zelfvertrouwen kunnen omgaan, dan is dit weten waarom ook een essentiële voorwaarde.

Voorkennis

Leren rekenen lijkt misschien een geheel nieuwe activiteit voor kinderen als zij leerling op een basisschool worden. Toch bezitten kinderen als ze op school komen al allerlei voorkennis die raakt aan getallen, bewerkingen, meten en meetkunde. Velen van hen kennen al woorden en betekenissen, hebben al kennis gemaakt met getallen, cijfers en getalbeelden (bijvoorbeeld op dobbelstenen) en hebben wellicht ook al een notie van vormen, lengtes en tijdstippen, zeker als die voor hen (thuis) betekenisvol zijn. Dit soort voorkennis is meestal sterk afhankelijk van wat kinderen thuis gewend zijn. Toch zullen ook kinderen die niet hierin door ouders gestimuleerd zijn, onbewust beelden hebben van situaties waarin aantallen of vormen betekenisvol voor hen zijn.

Om die voorkennis te kunnen benutten is het belangrijk dat leerlingen zich die bewust worden. Dat kan door steeds als (nieuwe) aspecten van rekenen-wiskunde aan de orde gaan komen, eerst aan die (onbewuste) voorkennis tijd en aandacht te besteden. Het gaat dan vooral om activiteiten die leerlingen activeren om vanuit hun voorkennis te associëren, ervaringen uit te wisselen en te verwoorden en/of zichtbaar te maken. De leerlingen beginnen eigenlijk nooit blanco, alleen moeten ze zelf nog het verband gaan herkennen. Daarom is steeds weer die gelegenheid nodig waarin zij de

Hoe?

- ▶ Wat zijn de meest effectieve manieren om leerlingen begrip van en vaardigheid in rekenen te laten verwerven? Hoe is dan de relatie met thematisch leren?
- ▶ Wat moet je als leraar daarvoor doen en wat moet je juist nalaten?

Effectiviteit

Wanneer we spreken van effectiviteit van onderwijs, dan gaat het om de afstemming van de aard van de activiteiten op het leerproces dat een leerling doormaakt op weg naar het bereiken van een concreet doel. Iets leren is waar alles om draait. Opbrengsten zijn daarom niet hoge toetsscores, maar bereikte doelen op het gebied van begrip, kennis en/of vaardigheden. Een toetsscore is hooguit een symptoom van bereikte doelen. Door de vorm van de toets en het feit dat standaardtoetsen niet op de concrete, gepersonaliseerde doelen afgestemd kunnen zijn, kan een nogal vertekend beeld ontstaan van de opbrengst die een leerling heeft gerealiseerd.

Een niet onbelangrijk neveneffect is ook het gevoel, de emotie die ontstaat rond die bepaalde leerinhouden. Een positief gevoel ontwikkelen leidt tot motivatie en betrokkenheid en dat zijn belangrijke condities voor succesvol leren. Dat maakt dat niet alleen het wat, maar ook het hoe in rekenlessen van groot belang is.

De effectiviteit van rekenlessen hangt daardoor af van een aantal factoren. Deze factoren zijn verbonden met het 'hoe'.

- De voorkennis van de leerling bepaalt het startpunt in de stof en het startmoment in zijn/haar ontwikkeling.
- De leerling moet eerst herkennen welk verschijnsel of welk probleem aanleiding is om wat te onderzoeken en te gaan leren.
- Ervaringen, handelingen en de verwoording daarvan vormen ook de basis van het leerproces bij leren rekenen.
- De samenhang tussen getallen, tussen bewerkingen en tussen getallen en bewerkingen vormt het uitgangspunt voor de ordening van de leerstof: niet lineair, maar concentrisch.
- Het kunnen verwoorden van zowel het probleem als de manier(en) om dat aan te pakken is onderdeel van het leerproces. Daarom is samenwerken met een andere leerling en mondeling oefenen op veel momenten noodzakelijk.
- Taal is noodzakelijk voor het leerproces. Dit geldt zowel voor verwante begrippen uit de dagelijkse taal als voor de specifieke woorden en betekenissen uit de vaktaal. Daardoor fungeert die taal als verbinding tussen de al bekende wereld van de leerling en de ogenschijnlijk nieuwe wereld van dat vak. Die taal is niet alleen nodig als instrument tijdens het leren, maar ook om dat geleerde te kunnen toepassen.
- Oefenen gebeurt altijd doelgericht en niet activiteitgericht. De leerling volgt daardoor nooit de methode, maar gebruikt (hooguit) onderdelen uit een methode, als die (qua inhoud en vorm) nuttig zijn voor het doel waaraan de leerling op een bepaald moment werkt. Dat hoeft dus ook niet uit het deeltje te zijn dat volgens de kalender aan de beurt is!
- De leerling weet, doordat hij/zij doelgericht oefent, wat de opbrengst moet zijn en hoe dat klinkt of hoe dat eruitziet. Daardoor kan de leerling zelf het bewijs leveren dat het doel is bereikt.
- De leerling ervaart de inhoud van opdrachten ten minste als zinvol en zo mogelijk als uitdagend en/of betekenisvol. Dit maakt dat zij/hij zich eerder in staat voelt actief ermee aan de slag te gaan en zelf initiatief te nemen.
- Door zowel de aanleiding als de toepassing aan thematisch onderwijs te ontleen krijgt het daaruit voortkomende leerproces zin en betekenis. Dit motiveert de leerlingen tot inspanning en biedt tegelijk mogelijkheden de inhoud betekenisvol te laten zijn.

- Door ten minste een week achter elkaar met hetzelfde rekenonderwerp bezig te zijn en niet per les heen en weer te springen tussen verschillende onderwerpen, ontstaat er rust en focus. Daardoor kan het leerproces centraal staan en merken de leerlingen dat hun inspanningen leiden tot echt begrip en het bereiken van leerdoelen.

Strikvraag

Moeder neemt het huiswerk dat Sophie (10) heeft gemaakt nog even met haar door. Het gaat over rekenen met gemiddelden.

Bij één vraag staat geen antwoord.

'Lucas moet van zijn moeder een brood bij de bakker halen. De winkel ligt 1 kilometer van zijn huis. Als Lucas gemiddeld 15 kilometer per uur fietst, hoelang is hij dan onderweg?'

"Waarom heb je die niet gemaakt?", vraagt moeder.

"O, dat is vast een strikvraag", zegt Sophie. "Zo'n stukje ga je toch lopen!"

(Martin van der Jagt, NRC, 3 maart 2017)

De start op school

Wie werkt met kleuters zal zich realiseren dat veel van wat op school aan de orde komt voor deze leerlingen nieuw kan zijn, maar zeker niet alles. Ook vierjarigen brengen al een flinke hoeveelheid voorkennis en ervaringen mee. De eerste kennismaking met elementen uit de getallenwereld hoort daar ook toe. Op allerlei manieren hebben zij al met getallen, cijfers en daarmee verbonden woorden kennisgemaakt. Dat wil niet zeggen dat zij de systematiek, de uitspraak en/of de notatie al helemaal kennen of doorzien. Iets onthouden is wat anders dan het ook begrijpen.

Het bestaan van deze (per leerling verschillende!) voorkennis zal in ieder geval steeds uitgangspunt moeten zijn bij activiteiten en gesprekken waarin getallen een rol spelen.

De start op school betekent in veel gevallen dat die leerlingen allerlei begrippen erbij gaan leren of leren ordenen. Dit vraagt van leraren de nodige oplettendheid. Bij materialen die op de markt zijn, blijken de gebruikte termen niet altijd te kloppen. Zo heeft de methode Schatkist (Zwijsen) een 'cijfermuur': een serie plastic hoezen waarin afbeeldingen en getallen gestoken kunnen worden. Het vervelende is alleen dat we maar tien cijfers hebben: de symbolen 0 t/m 9. Wat die zogenaamde cijfermuur laat zien zijn niet die cijfers, maar een reeks getallen, want ze verwijzen, door de beelden erbij, naar hoeveelheden. Zelfs als er niet 1 t/m 10, maar 0 t/m 9 zou staan, zijn het nog steeds getallen, doordat de betekenis centraal staat en niet de vorm van het symbool. Daarmee is niets mis, maar het is nogal verwarrend om het dan een cijfermuur te noemen. Het is noodzakelijk om kleuters al vanaf het begin de juiste termen te leren, zodat ze weten waarmee ze bezig zijn. Om getallen te schrijven of af te drukken heb je cijfers nodig. Het getal tien schrijf je met de cijfers 1 en 0, want we hebben geen cijfer voor tien.



Cijfers zijn vormen, net zoals letters. Het kunnen onderscheiden van die vormen is een van de doelen waaraan kleuters spelenderwijs kunnen werken. Dat kan al door die vormen op groot formaat (en van hout of kunststof) te laten 'sorteren'. Kinderen mogen dan zelf bedenken hoe ze die vormen ordenen. Daarna moeten ze wel volop ruimte krijgen om uit te leggen waarop ze hebben gelet daar-

bij. Een naam geven aan die vormen komt daarna, voor zover kleuters die al niet weten op dat moment. Zelf getallen weergeven met die vormen is weer een stap verder.

Dit verschil tussen cijfers en getallen illustreert mooi hoe taal onlosmakelijk is verbonden met rekenen. Zorgvuldig onder woorden brengen wat er is te zien, wat er gebeurt en wat het effect daarvan is, blijft steeds weer essentieel voor een goed begrip bij het leren rekenen.

Er is nog meer rond taal dat vanaf het begin op school aandacht vraagt. Een woord als 'veel' kan de conclusie zijn bij het zien van een groot aantal: veel dingen. 'Veel' kan echter ook een intuïtieve reactie zijn op iets heel anders. Een kratje met vijf grote opblaasballen, die er flink bovenuit steken, kan ook 'veel' lijken. Toch is dan niet het aantal veel, maar de omvang, het volume, en dan nog slechts in relatie tot dat kratje. Het steekt erg nauw hoe dergelijke begrippen gebruikt worden. Het is daarom belangrijk dat de leerlingen dergelijke begrippen kunnen verbinden met eigen ervaringen of met ervaringen van de figuren in een prentenboek.

Zeker bij kleuters speelt de subjectiviteit van dergelijke woorden een grote rol. Voor een vierjarige is een leerling uit het derde leerjaar 'groot' ("Die grote jongen heeft mijn bal gepakt"), terwijl je als leraar zo'n zesjarige zo niet zou aanduiden. Het is daarom ook hierbij belangrijk je steeds weer te verplaatsen in het perspectief van de leerlingen.

Voorbeeld

Dit soort interpretaties van een concrete situatie komt ook bij volwassenen regelmatig voor. Wie in een supermarkt probeert de kassarij met de kortste wachttijd te kiezen, maakt waarschijnlijk een inschatting van het aantal handelingen dat nodig is om de wachtenden daar af te handelen. Ook dan blijkt die inschatting van 'veel' niet altijd te kloppen. Een volle kar, maar met grote en/of gelijke producten kan weleens sneller gaan dan een niet zo volle kar met een grote hoeveelheid verschillende en/of kleine producten (Leibovich, Katzin, Harel & Henik, 2016).

Tegelijk is dit verschijnsel een mooie aanleiding om leerlingen aan het denken te zetten en op onderzoek uit te laten gaan. De opdracht *verzamel met je maatje plaatjes en/of maak foto's van wat jullie 'veel' (of 'weinig' of 'groot' of 'klein') vinden* is een actieve manier om grip te krijgen op zo'n begrip.

Getallen

De opeenvolging van de getallen, ook wel 'de telrij' genoemd, is iets dat veel kleuters al hebben verkend voordat ze op school komen. Die rij speelt vaak al een rol bij verjaardagen en bij spelletjes. Het kunnen opzeggen van die getallen, in de goede volgorde en met de juiste namen, is voor sommige startende kleuters nog wel een hele opgave. Anderen kunnen dit al lang en vinden het zo ver mogelijk doorgaan met die telrij de uitdaging. Dit betekent overigens niet dat het kunnen noemen van die getallen ook betekent dat ze resultatief kunnen tellen, dat wil zeggen, door te tellen een hoeveelheid bepalen.

Het is nodig onderscheid te maken tussen de talige en de wiskundige aspecten van getallen en tellen. Kleuters kennen woorden, maar die moeten in veel gevallen nog een nadere en flexibele invulling krijgen met 'wiskundige' betekenissen. Die woorden zelf zijn ook wel iets om bij stil te staan, zeker als er getallen langskomen die groter zijn dan tien. De uitspraak, bijvoorbeeld [eləf] of [elf], is soms (afhankelijk van plaats of streek) iets om nadrukkelijk bij stil te staan. Het gebruik van

Het zou heel vanzelfsprekend moeten zijn om het rekenonderwijs af te stemmen op de leerlingen, in plaats van te verwachten dat de leerlingen zich wel zullen aanpassen aan (de inhoud, de ordening en het tempo van) de methode. Steeds meer teams komen tot dit besef en willen zelf de regie voeren.

In *Rekenonderwijs kan anders* biedt Dolf Janson leraren – zowel individueel als in teamverband – aanknopingspunten die helpen bij het maken van eigen keuzes in de rekenlessen. Zo kun je elke rekenles (nog) beter afstemmen op de voortgang in de ontwikkeling van iedere leerling.

In dit boek vind je informatie, ideeën en beelden over hoe het rekenonderwijs anders kan en waarom. Met dit boek als leidraad kun je als team de omslag in denken en handelen maken naar een rekenles waarin alle leerlingen actief zijn en waarin oefenen heel iets anders is dan een opgegeven taak maken.

Het boek kent een opbouw in drie delen:

- Deel 1: Waarom? Waartoe?
- Deel 2: Wat?
- Deel 3: Hoe?

Schoolontwikkeling en professionalisering beginnen met het beantwoorden van de vraag naar het *waarom*. Het boek start daarom met het beantwoorden van die vraag, waarbij ook duidelijk wordt wat daar niet meer bij past. Daarna gaat Dolf Janson in op het *wat*, de vakinhoud en de manier waarop die samenhangt. Pas daarna is het mogelijk om met het *hoe* aan de slag te gaan en keuzes te maken die de behoeften van leerlingen recht doen.

Dolf Janson

Drs. D.J. (Dolf) Janson is zelfstandig onderwijsadviseur en -ontwikkelaar op het brede gebied van leerprocessen van leerlingen en leraren. Hij is daltonopleider voor leraren en auteur van o.a. de unieke spellingmethode 'Op zoek naar letters'. Hij schreef mee aan *De Gids, over begaafdheid in het basisonderwijs* en het *Protocol ERWD*. In diverse onderwijsbladen zoals *Volgens Bartjens*, *JSW* en *Daltonvisie* en op *Wij-leren.nl* verschijnen regelmatig artikelen van zijn hand.

Dolf Janson schreef ook een boek over taalonderwijs: *Uitdagend en functioneel taalonderwijs – wat je moet weten als je taalonderwijs wilt koppelen aan de thema's van wereldoriëntatie*. Kijk voor meer informatie op www.leuker.nu.

Dolf Janson heeft drie websites over onderwijs:

- www.jansonadvies.nl
- www.hettaallab.nl
- www.janson.academy